

Ein wenig Mathematik

VERSUCHEN SIE, DIESE AUFGABEN OHNE TASCHENRECHNER ZU BEARBEITEN.

VERGESSEN SIE NICHT, BEI ALLEN RECHNUNGEN EINE ÜBERSCHLAGSRECHNUNG VORZUNEHMEN!

1 Gleichungen umstellen

Häufig steht man vor dem Problem, dass die gesuchte Größe in einer Gleichung nicht allein auf der linken oder rechten Seite steht. Man muss also erst nach der gesuchten Größe umformen. Tritt diese mehrfach auf, muss sie auf eine Seite der Gleichung gebracht werden.

Dabei gilt genau das, was in der Chemie gilt – bei einer Gleichung muss auf der linken und rechten Seite immer das gleiche stehen. Auch Rechenoperationen müssen auf der linken und rechten Seite vorgenommen werden!

1.1 Lösen von einfachen Gleichungen mit X im Zähler

Nr.	Aufgabe	Rechenweg	Lösung
1.1.1	$-90x = 30$		
1.1.2	$100x + 18x = 590$		
1.1.3	$0,7x + 10 = 0,2x$		

1.2 Lösen von einfachen Gleichungen mit X im Nenner

Nr.	Aufgabe	Rechenweg	Lösung
1.2.1	$\frac{3}{x} - 100 = 200$		
1.2.2	$\frac{50}{x} - 5 = \frac{100}{x}$		
1.2.3	$\frac{18}{x} + \frac{27}{x} = 300 + \frac{15}{x}$		

1.3 Arbeiten mit der quadratischen Gleichung

Die Gleichung muss die Form haben:

$$x^2 + p \cdot x + q = 0$$

Wenn sie so nicht gegeben ist, muss entsprechend umgeformt werden! Erst dann kann die Lösungsgleichung angewendet werden.

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Nr.	Aufgabe	Lösung
1.3.1	$x^2 = -6x + 16$	
	Rechenweg:	
1.3.2	$11 - 2x = \frac{12}{x}$	
	Rechenweg:	
1.3.3	$-3x^2 + 2 = 0,2 + 9x$	
	Rechenweg:	
	HIER DARF ZUM SCHLUSS MIT DEM TASCHENRECHNER GEARBEITET WERDEN!	

--	--

1.4 Potenzrechnung

1.4.1 Zehnerpotenz - rationale Zahl

Vervollständigen Sie die folgende Tabelle!

Angabe als Potenzzahl	Angabe als rationale Zahl
	10
10^2	
10^0	
	0,001
	1000
10^9	
	0,00001
	1000000

Neben den Zehnerpotenzen gibt es auch Zweierpotenzen. Dabei gibt der Exponent an, wie oft die Zwei mit sich selbst multipliziert werden soll.

1.4.2 Zweierpotenzen

Vervollständigen Sie die folgende Tabelle!

Angabe als Zweierpotenz	Algorithmus	Angabe als ganze Zahl
2^0	$2^0 = 2^{1-1} = \frac{2^1}{2^1} = \frac{2}{2} = 1$	1

2^1	2	2
2^2	2×2	
2^3		
		16
		32
2^6		
2^7		

Daneben wird auch in der Homöopathie von Potenzen gesprochen. Diese geben sehr kleine Dosen an, entsprechen also eine extrem hohen Verdünnung, deren tatsächliche Wirksamkeit kontrovers diskutiert wird. Dabei finden aber wieder Zehnerpotenzen Anwendung.

1.4.3 Homöopathische Potenzen

Vervollständigen Sie die folgende Tabelle!

Angabe der Verdünnung	Angabe der Verdünnung in Zehnerpotenzschreibweise	Beschriftung
1:10	$1:10^1$	D 1
1:100	$1:10^2$	D 2
1:1 000		D 3
		D 5
		D 12
1:100 000 000 000 000 000 000	$1:10^{20}$	D 20

1.5 Rechnen mit Zehnerpotenzen

Zehnerpotenzen können ganz einfach multipliziert werden, indem man die Exponenten addiert.

$$10^2 \cdot 10^4 = 10^{2+4} = 10^6$$

$$10^2 \cdot 10^{-4} = 10^{2-4} = 10^{-2}$$

Zehnerpotenzen können ganz einfach dividiert werden, indem man vom Exponenten des Zählers den Exponenten des Nenners abzieht.

$$\frac{10^4}{10^2} = 10^{4-2} = 10^2$$

$$\frac{10^4}{10^{-2}} = 10^{4-(-2)} = 10^{4+2} = 10^6$$

Achtung, bei der folgenden Aufgabe muss man die Zehnerpotenz angleichen:

$$3,8 \cdot 10^{-2} + 5,6 \cdot 10^{-3} = 38 \cdot 10^{-3} + 5,6 \cdot 10^{-3} = (38 + 5,6) \cdot 10^{-3} = 43,6 \cdot 10^{-3} \\ = 4,36 \cdot 10^{-2}$$

Wurzeln aus Zehnerpotenzen sind ganz einfach im Kopf auszurechnen, man muss einfach den Exponenten durch 2 teilen:

$$\sqrt{10^4} = 10^{4/2} = 10^2$$

$$\sqrt{10^{-10}} = 10^{-10/2} = 10^{-5}$$

Wenn Wurzeln aus Produkten mit Zehnerpotenzen gezogen werden sollen, kann man das oft im Kopf berechnen, wenn man an folgende Umrechnung denkt:

$$\sqrt{3,6 \cdot 10^{-9}} = \sqrt{36 \cdot 10^{-10}} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{10^{-10}} = 6 \cdot 10^{-10/2} = 6 \cdot 10^{-5}$$

1.5.1 Lösen Sie die folgende Gleichung ohne Taschenrechner!

$$\text{a) } X = \frac{10^{-2}}{10^3} \cdot \frac{10^{10}}{10^{-8}} \cdot \frac{10^0}{10^5}$$

1.5.2 Lösen Sie die folgende Gleichung ohne Taschenrechner!

$$\text{b) } Y = \frac{10^{-2} \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-1}}{10^{-7} \cdot 10^{-4}}$$

1.5.3 Lösen Sie die folgende Gleichung ohne Taschenrechner!

$$\text{c) } Y = 9,1 \cdot 10^2 + 3,5 \cdot 10^3$$

1.5.4 Lösen Sie die folgende Gleichung ohne Taschenrechner!

$$\text{d) } Z = \sqrt{6,4 \cdot 10^{-11}}$$

1.6 Logarithmenrechnung

Ist eine Zehnerpotenz gegeben, kann man ganz leicht den dekadischen Logarithmus angeben. Dabei handelt es sich formal um nichts anderes als die Angabe des Exponenten.

$$\lg 10^3 = 3$$

1.6.1 Rationale Zahl – Zehnerpotenz – Logarithmus

Vervollständigen Sie die folgende Tabelle!

Rationale Zahl	Angabe als Zehnerpotenz	Berechnung des dekadischen Logarithmus
1		
0,01		
1000		
0,000001		
10		

Rechnen mit Logarithmen

Etwas problematischer wird es, wenn nicht nur eine reine Zehnerpotenz gegeben ist. Dann muss man doch auf den Rechner oder eine Logarithmentafel zurückgreifen. Man sollte aber immer eine Überschlagsrechnung machen, indem man in eine Zehnerpotenz umrechnet und die Regeln der Logarithmenrechnung berücksichtigt.

$$\lg(a \cdot b) = \lg a + \lg b$$

$$\lg\left(\frac{a}{b}\right) = \lg a - \lg b$$

$$\lg 0,385 = \lg(3,85 \cdot 10^{-1}) = \lg 3,85 + \lg 10^{-1} = \lg 3,85 - 1 = 0,585 - 1 = -0,415$$

Der Logarithmus von 3,85 wurde mit dem Taschenrechner ermittelt.

1.6.2 Von der rationalen Zahl zum Logarithmus

Geben Sie den Logarithmus der folgenden Zahlen an, vereinfachen Sie zuerst.

Rationale Zahl	Angabe als Zehnerpotenz	Angabe des dekadischen Logarithmus als Summe	Berechnung des dekadischen Logarithmus der Zehnerpotenz	Berechnung des dekadischen Logarithmus der rationalen Zahl MIT TASCHENRECHNER und Endergebnis
2				
0,03				
50000				

1.7 Einfache Proportionen

Mit solchen einfachen Beziehungen kann man auch in der Chemie ganz viele Aufgaben lösen.

- a) Eine alkoholische Lösung enthält 1 g Alkohol in 250 mL. Wie viel Gramm Alkohol sind in 25 μ L enthalten?

Lösung:

- b) Eine Konzentrationsangabe lautet: 10^{-1} mol/L. Geben Sie an, wie viel mol sich in 3 Litern befinden!

Die Konzentrationsangabe bedeutet nichts anderes als: in 1 Liter befinden sich 10^{-1} , also 0,1 mol.

Lösung:

- c) Auf einer Chemikalienflasche findet man die Angabe, dass das Salz 98% reines NaCl enthält. Wenn man davon 220 g entnimmt, wie viel reines NaCl sind enthalten?

Lösung:

Die entnommene Menge stellen 100% dar!