

```
[> restart:
```

A5.4

Untersuchen Sie das Verhalten der Kurve, die durch

$$f(x)=2*x^3-15*x^2+36*x-25$$

gegeben ist.

Lösung:

Wir schreiben $f(x)$ als Maple-Funktion:

```
[> f:=x->2*x^3-15*x^2+36*x-25;
                                      $f:=x \rightarrow 2x^3 - 15x^2 + 36x - 25$  (1)
```

Dann könnte man ganz schnell eine Wertetabelle von Funktionswerten anfertigen:

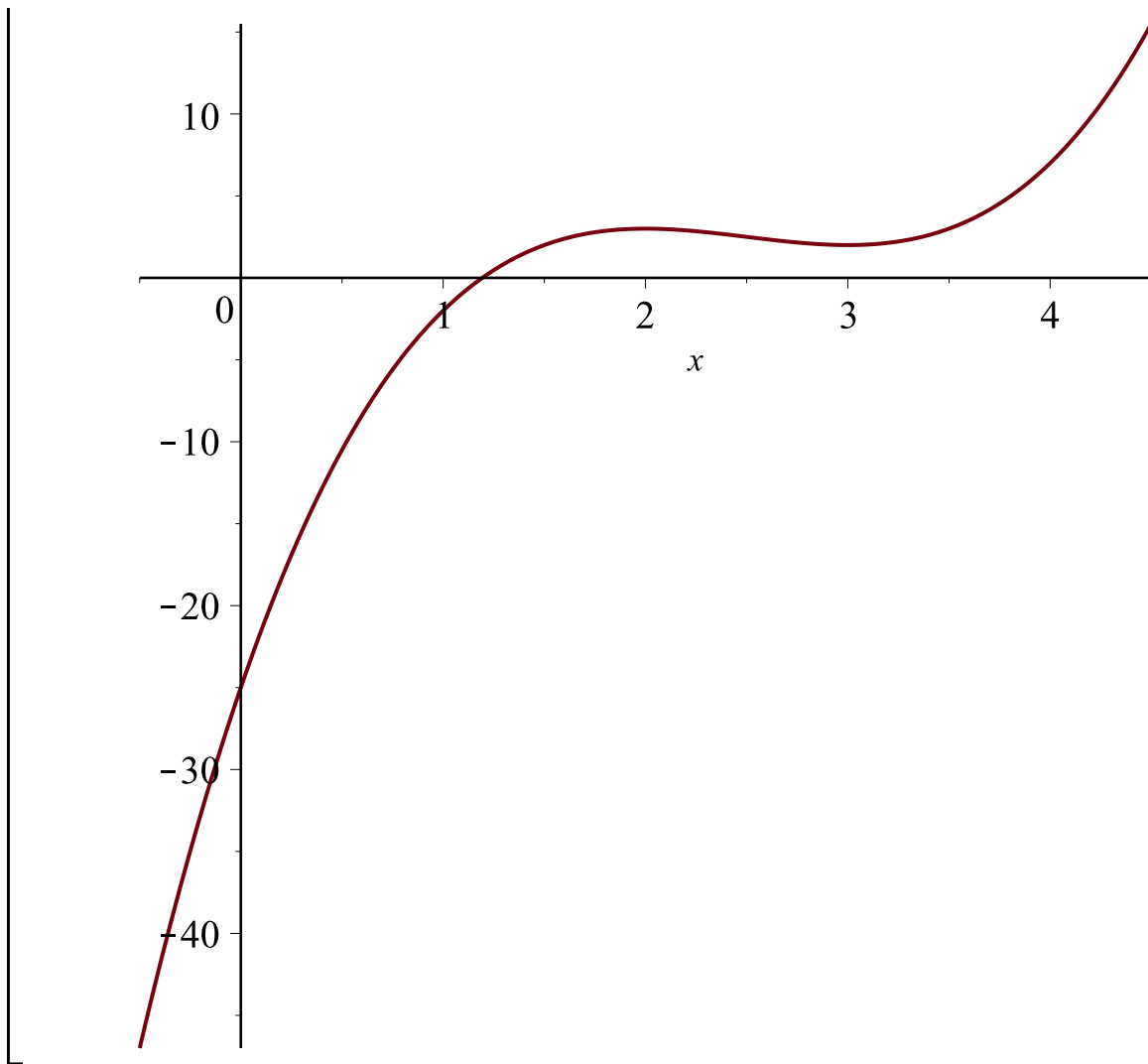
```
[> f(0);
                                     -25 (2)
```

```
> f(1);
                                     -2 (3)
```

```
> f(2);
                                     3 (4)
```

Aber dies ist gar nicht nötig. Man kann nämlich die Funktion mit dem plot-Befehl sofort zeichnen:

```
[> plot(f(x), x=-.5..4.5);
```



Anhand des Graphen der Funktion kann man schon viele ihrer Eigenschaften erkennen bzw. erahnen.

Zwischen 1 und 2 liegt eine reelle Nullstelle. Genauer:

`> fsolve (f(x)=0,x);`
1.193556068 (5)

Zwei Extremwerte liegen in der Nähe von 2 und 3. Um sie genau zu berechnen, benötigen wir die erste Ableitung:

`> f1:=D(f);`
 $f1 := x \rightarrow 6x^2 - 30x + 36$ (6)

Maple liefert uns ihre Nullstellen $E[1]$ und $E[2]$ genau:

$$\left[\begin{array}{l} > \mathbf{E:=solve(f1(x)=0,x)} ; \\ & \mathbf{E:=3,2} \end{array} \right. \quad (7)$$

Wir benötigen die 2. Ableitung, um die Art der Extrempunkte festzustellen:

$$\left[\begin{array}{l} > \mathbf{f2:=D(f1)} ; \\ & \mathbf{f2:=x \rightarrow 12x - 30} \end{array} \right. \quad (8)$$

$$\left[\begin{array}{l} > \mathbf{E[1]; f2(E[1])} ; \\ & \mathbf{3} \\ & \mathbf{6} \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left[\begin{array}{l} > \mathbf{E[2]; f2(E[2])} ; \\ & \mathbf{2} \\ & \mathbf{-6} \end{array} \right. \quad (10)$$

Folglich hat $f(x)$ bei $x=3$ ein lokales Minimum und bei $x=2$ ein lokales Maximum.

Am Graphen der Funktion erkennt man, dass etwa zwischen 2 und 3 ein Konkavbogen in einen Konvexbogen übergeht.

Also müsste dort ein Wendepunkt liegen.

Wir berechnen deshalb die Nullstellen der 2. Ableitung:

$$\left[\begin{array}{l} > \mathbf{W:=fsolve(f2(x)=0,x)} ; \\ & \mathbf{W:=2.500000000} \end{array} \right. \quad (11)$$

Wenn die 3. Ableitung von Null verschieden ist, liegt bei $x=3/2$ tatsächlich ein Wendepunkt:

$$\left[\begin{array}{l} > \mathbf{f3:=D(f2)} ; \\ & \mathbf{f3:=12} \end{array} \right. \quad (12)$$

Dies ist tatsächlich der Fall.

Schließlich überprüfen wir noch einmal das schon vermutete Verhalten im Unendlichen von $f(x)$:

$$\left[\begin{array}{l} > \mathbf{Limit(f(x),x=+infinity)=limit(f(x),x=+infinity)} ; \\ & \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3 - 15x^2 + 36x - 25) = \infty \\ > \mathbf{Limit(f(x),x=-infinity)=limit(f(x),x=-infinity)} ; \end{array} \right. \quad (13)$$

└

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 15x^2 + 36x - 25) = -\infty \quad (14)$$